अर्धवार्षिक परीक्षा 2026-27 — अभ्यास प्रश्नपत्र

कक्षा : 10वीं विषय : गणित (बेसिक / स्टैंडर्ड)

पाठ्यक्रम : अध्याय 1 से 12

पूर्णांक : 75 **समय : 3 घंटे**

निर्देश :

1. सभी प्रश्न हल करना अनिवार्य है।
2. प्रश्न क्रमांक 1 से 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं (कुल 30), प्रत्येक पर 1 अंक निर्धारित है।
3. प्रश्न क्रमांक 6 से 17 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है। **इनमें कोई आंतरिक विकल्प नहीं है।**
4. प्रश्न क्रमांक 18 से 20 तक प्रत्येक प्रश्न 3 अंक का तथा 21 से 23 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है। इनमें आंतरिक विकल्प (अथवा) दिए गए हैं।
5. आवश्यकतानुसार स्वच्छ चित्र बनाइए। जहाँ आवश्यक हो $\pi = \dfrac{22}{7}$ लीजिए।

(प्रत्येक प्रश्न के आगे कोष्ठक में अध्याय क्रमांक शिक्षक की सुविधा हेतु दिया गया है।)

प्रश्न 1. सही विकल्प चुनकर लिखिए : **[6]**

(i) 6 और 20 का HCF है : (अ. 1)
(a) 2 (b) 6 (c) 20 (d) 120

(ii) बहुपद $x^2 - 5x + 6$ के शून्यकों का योग है : (अ. 2)
(a) -5 (b) 5 (c) 6 (d) -6

(iii) द्विघात समीकरण $2x^2 - 4x + 3 = 0$ का विविक्तकर है : (अ. 4)
(a) 8 (b) -8 (c) 40 (d) -40

(iv) AP 3, 7, 11, ... का 10वाँ पद है : (अ. 5)
(a) 39 (b) 43 (c) 40 (d) 35

(v) बिंदु $(3, -4)$ की मूलबिंदु से दूरी है : (अ. 7)
(a) 7 (b) 1 (c) 5 (d) 25

(vi) $\tan 45^\circ$ का मान है : (अ. 8)
(a) 0 (b) 1 (c) $\sqrt{3}$ (d) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

प्रश्न 2. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए : **[6]**

(i) दो धनात्मक पूर्णांकों का HCF $\times$ LCM = _____ (अ. 1)

(ii) एक द्विघात बहुपद के अधिक से अधिक _____ शून्यक हो सकते हैं। (अ. 2)

(iii) यदि $\dfrac{a_1}{a_2} \neq \dfrac{b_1}{b_2}$ हो, तो रैखिक समीकरण युग्म का _____ हल होता है। (अ. 3)

(iv) यदि $b^2 - 4ac > 0$ हो, तो द्विघात समीकरण के मूल _____ होते हैं। (अ. 4)

(v) AP 10, 7, 4, ... का सार्व अंतर _____ है। (अ. 5)

(vi) वृत्त के किसी बिंदु पर स्पर्श रेखा, स्पर्श बिंदु से जाने वाली त्रिज्या पर _____ होती है। (अ. 10)

प्रश्न 3. सत्य / असत्य लिखिए : **[6]**

(i) $x^3 + 2x + 1$ एक द्विघात बहुपद है। (अ. 2)

(ii) समीकरण युग्म $x + y = 5$ और $2x + 2y = 10$ के अपरिमित रूप से अनेक हल हैं। (अ. 3)

(iii) बिंदुओं $(2, 3)$ और $(4, 7)$ को मिलाने वाले रेखाखंड का मध्य-बिंदु $(3, 5)$ है। (अ. 7)

(iv) $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ$ (अ. 8)

(v) वृत्त के एक बिंदु पर अनेक स्पर्श रेखाएँ खींची जा सकती हैं। (अ. 10)

(vi) प्रेक्षक जैसे-जैसे मीनार के पास जाता है, मीनार के शिखर का उन्नयन कोण घटता जाता है। (अ. 9)

प्रश्न 4. सही जोड़ी मिलाइए : **[6]**

	स्तंभ (अ)	**स्तंभ (ब)**
(i)	द्विघात समीकरण का मानक रूप (अ. 4)	(a) $\sec^2 A$
(ii)	AP के प्रथम n पदों का योग (अ. 5)	(b) $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
(iii)	$1 + \tan^2 A$ (अ. 8)	(c) $\dfrac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$
(iv)	बाह्य बिंदु से वृत्त पर स्पर्श रेखाओं की संख्या (अ. 10)	(d) $ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$
(v)	त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल (अ. 11)	(e) $\dfrac{n}{2}[2a + (n-1)d]$
(vi)	दूरी सूत्र (अ. 7)	(f) 2

प्रश्न 5. एक वाक्य / एक शब्द में उत्तर दीजिए : **[6]**

(i) बहुपद $p(x) = x^2 - 4$ के शून्यक लिखिए। (अ. 2)

(ii) समीकरण $x^2 = 49$ के मूल लिखिए। (अ. 4)

(iii) AP का nवाँ पद ज्ञात करने का सूत्र लिखिए। (अ. 5)

(iv) बिंदु $(-3, 0)$ किस अक्ष पर स्थित है? (अ. 7)

(v) $\operatorname{cosec} A$ और $\sin A$ में क्या संबंध है? (अ. 8)

(vi) किसी वृत्त की अधिक से अधिक कितनी समांतर स्पर्श रेखाएँ हो सकती हैं? (अ. 10)

2 अंक वाले प्रश्न (कोई आंतरिक विकल्प नहीं)

प्रश्न 6. अभाज्य गुणनखंडन विधि से 96 और 404 का HCF और LCM ज्ञात कीजिए। (अ. 1) **[2]**

प्रश्न 7. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यकों का योग -3 और गुणनफल 2 है। (अ. 2) **[2]**

प्रश्न 8. विलोपन विधि से हल कीजिए : $x + y = 14, \quad x - y = 4$ (अ. 3) **[2]**

प्रश्न 9. गुणनखंड विधि से द्विघात समीकरण $2x^2 - x - 6 = 0$ के मूल ज्ञात कीजिए। (अ. 4) **[2]**

प्रश्न 10. AP 21, 18, 15, ... का कौन-सा पद -81 है? (अ. 5) **[2]**

प्रश्न 11. $\triangle ABC$ में $DE \parallel BC$ है। यदि $AD = 1.5$ cm, $DB = 3$ cm और $AE = 1$ cm हो, तो EC ज्ञात कीजिए। (अ. 6) **[2]**

प्रश्न 12. बिंदुओं $(2, 3)$ और $(10, -3)$ के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए। (अ. 7) **[2]**

प्रश्न 13. यदि $\sin A = \dfrac{3}{5}$ हो, तो $\cos A$ और $\tan A$ के मान ज्ञात कीजिए। (अ. 8) **[2]**

प्रश्न 14. एक मीनार के पाद-बिंदु से 30 m दूर भूमि के एक बिंदु से मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 30° है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। (अ. 9) **[2]**

प्रश्न 15. एक बिंदु Q से एक वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखा की लंबाई 24 cm तथा केंद्र से Q की दूरी 25 cm है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। (अ. 10) **[2]**

प्रश्न 16. 6 cm त्रिज्या वाले वृत्त के उस त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसका कोण 60° है। (अ. 11) **[2]**

प्रश्न 17. दो घनों में से प्रत्येक का आयतन $64\ \text{cm}^3$ है। इनके संलग्न फलकों को मिलाकर एक ठोस बनाया गया। इससे बने घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (अ. 12) **[2]**

3 अंक वाले प्रश्न

प्रश्न 18. सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है। (अ. 1) **[3]**

अथवा

सिद्ध कीजिए कि $3 + 2\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

प्रश्न 19. भूमि के एक बिंदु से एक $20\ \text{m}$ ऊँचे भवन के शिखर पर लगी एक संचार मीनार के तल और शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः $45°$ और $60°$ हैं। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। (अ. 9) **[3]**

अथवा

$1.5\ \text{m}$ लंबा एक प्रेक्षक $30\ \text{m}$ ऊँची एक चिमनी से $28.5\ \text{m}$ की दूरी पर खड़ा है। प्रेक्षक की आँख से चिमनी के शिखर का उन्नयन कोण ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 20. $21\ \text{cm}$ त्रिज्या वाले वृत्त का एक चाप केंद्र पर $60°$ का कोण अंतरित करता है। ज्ञात कीजिए : (i) चाप की लंबाई (ii) चाप द्वारा बनाए गए त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल। (अ. 11) **[3]**

अथवा

एक घड़ी की मिनट की सुई की लंबाई $14\ \text{cm}$ है। इस सुई द्वारा 5 मिनट में रचित क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

4 अंक वाले प्रश्न

प्रश्न 21. 5 पेंसिल तथा 7 कलमों का कुल मूल्य ₹50 है, जबकि 7 पेंसिल तथा 5 कलमों का कुल मूल्य ₹46 है। एक पेंसिल और एक कलम का मूल्य ज्ञात कीजिए। (अ. 3) **[4]**

अथवा

यदि किसी भिन्न के अंश और हर दोनों में 2 जोड़ दिया जाए तो वह $\frac{9}{11}$ हो जाती है, और यदि दोनों में 3 जोड़ दिया जाए तो वह $\frac{5}{6}$ हो जाती है। वह भिन्न ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 22. आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय (थेल्स प्रमेय) का कथन लिखिए और उसे सिद्ध कीजिए। (अ. 6) **[4]**

अथवा

$ABCD$ एक समलंब है जिसमें $AB \parallel DC$ है तथा इसके विकर्ण परस्पर बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं। दर्शाइए कि $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$ है।

प्रश्न 23. एक ठोस खिलौना अर्धगोले के आकार का है जिस पर उसी त्रिज्या का एक शंकु अध्यारोपित है। अर्धगोले की त्रिज्या $3.5\ \text{cm}$ तथा खिलौने की कुल ऊँचाई $15.5\ \text{cm}$ है। खिलौने का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (अ. 12) **[4]**

अथवा

दवा का एक कैप्सूल एक बेलन के आकार का है जिसके दोनों सिरों पर एक-एक अर्धगोला लगा है। कैप्सूल की पूरी लंबाई $14\ \text{mm}$ और व्यास $5\ \text{mm}$ है। इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

***** शुभकामनाएँ *****

अध्यायवार अंक विभाजन (प्रश्नपत्र का मिलान)

दिए गए ब्लूप्रिंट में अध्याय 13 (सांख्यिकी, 5 अंक) और 14 (प्रायिकता, 6 अंक) के कुल 11 अंक अर्धवार्षिक पाठ्यक्रम में नहीं हैं। पूर्णांक 75 बनाए रखने के लिए ये 11 अंक अध्याय 1 से 11 में एक-एक अंक करके जोड़े गए हैं; अध्याय 12 के 6 अंक यथावत हैं।

क्र.	अध्याय	ब्लूप्रिंट	1 अंक	2 अंक	3 अंक	4 अंक	कुल
1	वास्तविक संख्याएँ	6	2	1 (प्र.6)	1 (प्र.18)	–	7
2	बहुपद	5	4	1 (प्र.7)	–	–	6
3	दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म	7	2	1 (प्र.8)	–	1 (प्र.21)	8
4	द्विघात समीकरण	5	4	1 (प्र.9)	–	–	6
5	समांतर श्रेणियाँ	5	4	1 (प्र.10)	–	–	6
6	त्रिभुज	5	–	1 (प्र.11)	–	1 (प्र.22)	6
7	निर्देशांक ज्यामिति	5	4	1 (प्र.12)	–	–	6
8	त्रिकोणमिति का परिचय	5	4	1 (प्र.13)	–	–	6
9	त्रिकोणमिति के कुछ अनुप्रयोग	5	1	1 (प्र.14)	1 (प्र.19)	–	6
10	वृत्त	5	4	1 (प्र.15)	–	–	6
11	वृत्तों से संबंधित क्षेत्रफल	5	1	1 (प्र.16)	1 (प्र.20)	–	6
12	पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन	6	–	1 (प्र.17)	–	1 (प्र.23)	6
	कुल	64	**30**	**24**	**9**	**12**	**75**

वस्तुनिष्ठ : प्र.1 सही विकल्प 6, प्र.2 रिक्त स्थान 6, प्र.3 सत्य/असत्य 6, प्र.4 सही जोड़ी 6, प्र.5 एक वाक्य में उत्तर $6 = 30$ अंक। कुल प्रश्न $5 + 18 = 23$।

उत्तर एवं हल

उत्तर 1. (i) (a) 2 (ii) (b) 5 (iii) (b) -8 $[16-24]$ (iv) (a) 39 $[3+9\times4]$ (v) (c) 5 (vi) (b) 1

उत्तर 2. (i) उन दोनों संख्याओं का गुणनफल (ii) 2 (iii) अद्वितीय (एक) (iv) दो भिन्न वास्तविक (v) -3 (vi) लंब

उत्तर 3. (i) असत्य (यह त्रिघात है) (ii) सत्य (iii) सत्य (iv) सत्य (v) असत्य (केवल एक) (vi) असत्य (बढ़ता है)

उत्तर 4. (i) $\to$ (d) (ii) $\to$ (e) (iii) $\to$ (a) (iv) $\to$ (f) (v) $\to$ (c) (vi) $\to$ (b)

उत्तर 5. (i) 2 और -2 (ii) 7 और -7 (iii) $a_n = a+(n-1)d$ (iv) x-अक्ष पर (v) $\operatorname{cosec} A = \dfrac{1}{\sin A}$ (vi) 2

उत्तर 6. $96 = 2^5\times3$, $\quad 404 = 2^2\times101$
HCF $= 2^2 = 4$, $\quad$ LCM $= 2^5\times3\times101 = 9696$. (जाँच : $4\times9696 = 38784 = 96\times404$)

उत्तर 7. $p(x) = x^2 - (\text{योग})x + \text{गुणनफल} = x^2-(-3)x+2 = x^2+3x+2$

उत्तर 8. दोनों समीकरण जोड़ने पर $2x = 18 \Rightarrow x = 9$; तब $9+y=14 \Rightarrow y = 5$. **हल :** $x=9,\ y=5$

उत्तर 9. $2x^2-4x+3x-6 = 0 \Rightarrow 2x(x-2)+3(x-2) = 0 \Rightarrow (x-2)(2x+3) = 0$
अतः $x = 2$ या $x = -\dfrac{3}{2}$.

उत्तर 10. $a = 21,\ d = -3$. $\quad a_n = a+(n-1)d \Rightarrow -81 = 21+(n-1)(-3) \Rightarrow (n-1) = 34 \Rightarrow n = 35$.
35वाँ पद

उत्तर 11. थेल्स प्रमेय से $\dfrac{AD}{DB} = \dfrac{AE}{EC} \Rightarrow \dfrac{1.5}{3} = \dfrac{1}{EC} \Rightarrow EC = 2$ cm.

उत्तर 12. $d = \sqrt{(10-2)^2+(-3-3)^2} = \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$ इकाई.

उत्तर 13. $\cos A = \sqrt{1-\sin^2 A} = \sqrt{1-\frac{9}{25}} = \dfrac{4}{5}$, $\quad \tan A = \dfrac{\sin A}{\cos A} = \dfrac{3}{4}$.

उत्तर 14. $\tan 30^\circ = \dfrac{h}{30} \Rightarrow h = \dfrac{30}{\sqrt{3}} = 10\sqrt{3} \approx 17.32$ m.

उत्तर 15. स्पर्श रेखा त्रिज्या पर लंब है, अतः $r^2 = 25^2-24^2 = 625-576 = 49 \Rightarrow r = 7$ cm.

उत्तर 16. क्षेत्रफल $= \dfrac{60^\circ}{360^\circ}\times\dfrac{22}{7}\times6\times6 = \dfrac{132}{7} \approx 18.86$ cm^2.

उत्तर 17. घन की भुजा $= \sqrt[3]{64} = 4$ cm. घनाभ : $l=8,\ b=4,\ h=4$ cm.
पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2(lb+bh+hl) = 2(32+16+32) = 160$ cm^2.

उत्तर 18. माना $\sqrt{5}$ परिमेय है, तो $\sqrt{5} = \dfrac{a}{b}$ (a, b सह-अभाज्य, $b\neq0$).
$\Rightarrow 5b^2 = a^2 \Rightarrow 5,\ a^2$ को विभाजित करता है $\Rightarrow 5,\ a$ को विभाजित करता है। माना $a = 5c$.
$\Rightarrow 5b^2 = 25c^2 \Rightarrow b^2 = 5c^2 \Rightarrow 5,\ b$ को भी विभाजित करता है।
अतः 5, a और b का उभयनिष्ठ गुणनखंड है, जो सह-अभाज्य होने के विरोधाभासी है। अतः $\sqrt{5}$ अपरिमेय है।

अथवा : माना $3+2\sqrt{5} = \dfrac{a}{b}$ (परिमेय)। तब $\sqrt{5} = \dfrac{a-3b}{2b}$, जो परिमेय होगा।
परंतु $\sqrt{5}$ अपरिमेय है — विरोधाभास। अतः $3+2\sqrt{5}$ अपरिमेय है।

उत्तर 19. माना भवन $BC = 20$ m, मीनार $CD = h$, बिंदु A से दूरी $AB = x$.
$\tan 45^\circ = \dfrac{20}{x} \Rightarrow x = 20$ m. $\qquad \tan 60^\circ = \dfrac{20+h}{20} \Rightarrow 20+h = 20\sqrt{3}$
$\Rightarrow h = 20(\sqrt{3}-1) \approx 20\times0.732 = 14.64$ m.
अथवा : चिमनी की आँख से ऊपर ऊँचाई $= 30-1.5 = 28.5$ m, क्षैतिज दूरी $= 28.5$ m.
$\tan\theta = \dfrac{28.5}{28.5} = 1 \Rightarrow \theta = 45^\circ$.

उत्तर 20. (i) चाप की लंबाई $= \dfrac{60}{360} \times 2 \times \dfrac{22}{7} \times 21 = 22$ cm.

(ii) त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल $= \dfrac{60}{360} \times \dfrac{22}{7} \times 21 \times 21 = 231$ cm^2.

अथवा : 60 मिनट में $360°$, अतः 5 मिनट में $\theta = 30°$.

क्षेत्रफल $= \dfrac{30}{360} \times \dfrac{22}{7} \times 14 \times 14 = \dfrac{154}{3} \approx 51.33$ cm^2.

उत्तर 21. माना पेंसिल का मूल्य ₹x, कलम का ₹y. $5x + 7y = 50$ ...(1), $7x + 5y = 46$ ...(2)

(1)+(2) : $12x + 12y = 96 \Rightarrow x + y = 8$ ...(3)

(1)−(2) : $-2x + 2y = 4 \Rightarrow y - x = 2$ ...(4)

(3) व (4) से : $2y = 10 \Rightarrow y = 5,\ x = 3$. **पेंसिल ₹3, कलम ₹5**

अथवा : माना भिन्न $\dfrac{x}{y}$. $\dfrac{x+2}{y+2} = \dfrac{9}{11} \Rightarrow 11x - 9y = -4$ ...(1)

$\dfrac{x+3}{y+3} = \dfrac{5}{6} \Rightarrow 6x - 5y = -3$ ...(2)

(1)×5 : $55x - 45y = -20$; (2)×9 : $54x - 45y = -27$. घटाने पर $x = 7$.

(2) से $42 - 5y = -3 \Rightarrow y = 9$. **भिन्न** $= \dfrac{7}{9}$

उत्तर 22. **कथन :** यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा के समांतर अन्य दो भुजाओं को भिन्न-भिन्न बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करने के लिए एक रेखा खींची जाए, तो ये अन्य दो भुजाएँ एक ही अनुपात में विभाजित हो जाती हैं।

दिया है : $\triangle ABC$ में $DE \parallel BC$, D भुजा AB पर, E भुजा AC पर। **सिद्ध करना है :** $\dfrac{AD}{DB} = \dfrac{AE}{EC}$

रचना : BE और CD को मिलाइए; $DM \perp AC$ तथा $EN \perp AB$ खींचिए।

उपपत्ति : $ar(ADE) = \frac{1}{2} AD \cdot EN$, $ar(BDE) = \frac{1}{2} DB \cdot EN \Rightarrow \dfrac{ar(ADE)}{ar(BDE)} = \dfrac{AD}{DB}$ ...(1)

इसी प्रकार $ar(ADE) = \frac{1}{2} AE \cdot DM$, $ar(DEC) = \frac{1}{2} EC \cdot DM \Rightarrow \dfrac{ar(ADE)}{ar(DEC)} = \dfrac{AE}{EC}$ ...(2)

$\triangle BDE$ और $\triangle DEC$ एक ही आधार DE और समांतर रेखाओं DE, BC के बीच हैं, अतः $ar(BDE) = ar(DEC)$ ...(3)

(1), (2), (3) से $\dfrac{AD}{DB} = \dfrac{AE}{EC}$. इति सिद्धम्

अथवा : $\triangle AOB$ और $\triangle COD$ में,

$\angle OAB = \angle OCD$ (एकांतर कोण, $AB \parallel DC$), $\angle AOB = \angle COD$ (शीर्षाभिमुख कोण)

अतः AA समरूपता से $\triangle AOB \sim \triangle COD \Rightarrow \dfrac{AO}{CO} = \dfrac{BO}{DO} \Rightarrow \dfrac{AO}{BO} = \dfrac{CO}{DO}$. इति सिद्धम्

उत्तर 23. $r = 3.5$ cm, शंकु की ऊँचाई $h = 15.5 - 3.5 = 12$ cm.

तिर्यक ऊँचाई $l = \sqrt{12^2 + 3.5^2} = \sqrt{156.25} = 12.5$ cm.

शंकु का वक्र पृष्ठ $= \pi r l = \dfrac{22}{7} \times 3.5 \times 12.5 = 137.5$ cm^2

अर्धगोले का वक्र पृष्ठ $= 2\pi r^2 = 2 \times \dfrac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 = 77$ cm^2

कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 137.5 + 77 = 214.5$ cm^2.

अथवा : $r = 2.5$ mm, बेलन की लंबाई $= 14 - 2 \times 2.5 = 9$ mm.

बेलन का वक्र पृष्ठ $= 2\pi r h = 2 \times \dfrac{22}{7} \times 2.5 \times 9 = \dfrac{990}{7}$ mm^2

दोनों अर्धगोले (= एक गोला) $= 4\pi r^2 = 4 \times \dfrac{22}{7} \times 6.25 = \dfrac{550}{7}$ mm^2

कुल $= \dfrac{1540}{7} = 220$ mm^2.